

## KARTA KURSU

### Fizyka

Studia I stopnia  
2020/2021

Nazwa	Algebra dla fizyków
Nazwa w j. ang.	Linear Algebra for Physicists

Koordynator	Dr hab. Tomasz Dobrowolski, prof. UP	Zespół dydaktyczny
		dr Dariusz Wcisło
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Uzyskanie wiadomości teoretycznych oraz nabycie umiejętności praktycznych w dziedzinie struktur liniowych. Zapoznanie studentów z najważniejszymi strukturami algebry liniowej i wypracowanie umiejętności stosowania wprowadzonych pojęć algebry liniowej w praktyce. Przedmiot prowadzony w języku polskim.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Do studiowania algebry liniowej oczekiwana jest zaliczona matura z matematyki najlepiej na poziomie rozszerzonym. Konieczna jest znajomość podstawowych pojęć matematycznych: zdań logicznych, kwantyfikatorów, działań na zbiorach, funkcji.
Umiejętności	Biegłość rachunkowa w zakresie matematyki objętej programem szkoły średniej.
Kursy	Brak

Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	<p><b>W01-</b> Student zna podstawowe struktury algebraiczne takie jak grupy i ciała. Student zna pojęcie ciała liczb zespolonych oraz treść podstawowego twierdzenia algebry.</p> <p><b>W02-</b> Student zna grupę permutacji zbioru o dowolnej liczbie elementów oraz podział na permutacje parzyste i nieparzyste. Student zna definicję symbolu Levi – Civity.</p> <p><b>W03-</b> Student zna definicję macierzy oraz podstawowe operacje wykonywane na macierzach. Student zna rozmaite typy macierzy: symetryczne, antysymetryczne, hermitowskie, antyhermitowskie, osobliwe i nieosobliwe.</p> <p><b>W04-</b> Student zna definicję wyznacznika oraz wszystkie jego najważniejsze własności. Student zna twierdzenie o macierzy odwrotnej do danej oraz wzory Cramera. Student zna pojęcia grup macierzowych: liniowej, ortogonalnej, unitarnej.</p> <p><b>W05-</b> Student zna i rozumie definicje przestrzeni wektorowej rzeczywistej i zespolonej. Student zna pojęcie liniowej niezależności wektorów oraz powłoki liniowej i podprzestrzeni wektorowej. Student zna pojęcie bazy przestrzeni wektorowej.</p> <p><b>W06-</b> Student zna różne (równoważne) definicje rzędu macierzy oraz zna wszystkie najważniejsze własności rzędu macierzy a także jego związek z wymiarem powłoki liniowej rozpinanej przez skończoną rodzinę wektorów. Student zna twierdzenie Kroneckera – Capelliego.</p> <p><b>W07-</b> Student zna pojęcie formy liniowej oraz odwzorowania liniowego i operatora oraz reprezentacje tych pojęć w ustalonych bazach przestrzeni wektorowych. Student zna związek pomiędzy wymiarami jądra i obrazu odwzorowania liniowego a także związek pomiędzy rzędem macierzy reprezentującej dane odwzorowanie liniowe a wymiarem obrazu tego odwzorowania.</p> <p><b>W08-</b> Student wie w jaki sposób zmieniają się składowe formy liniowej i wektora przy zmianie bazy – potrafi rozróżniać wielkości kowariantne od kontrawariantnych. Student wie w jaki sposób zmieniają się elementy macierzowe odwzorowania liniowego (operatora) przy zmianie bazy.</p> <p><b>W09-</b> Student zna pojęcie formy dwuliniowej i hermitowskiej oraz wie w jaki sposób zmieniają się składowe tych wielkości przy zmianie bazy. Student wie co to jest forma kwadratowa rzeczywista i potrafi ją sprowadzić do postaci kanonicznej stosując metodę Lagrange’a. Potrafi on także rozstrzygnąć problem określoności formy kwadratowej.</p> <p><b>W10-</b> Student zna pojęcie iloczynu skalarnego a także wie czym są przestrzenie: euklidesowa i unitarna oraz zna nierówność Schwarz’a, wie co to jest norma wektora oraz zna procedurę ortonormalizacji Grama – Schmidta.</p> <p><b>W11-</b> Student wie czym są wartości własne i wektory własne operatora liniowego. Student zna podstawowe twierdzenia o wartościach własnych i wektorach własnych operatorów: symetrycznych, hermitowskich, unitarnych, normalnych.</p> <p><b>W12-</b> Student wie co to jest macierz Grama oraz zna iloczyn wektorowy i jego podstawowe własności. Student zna geometryczne znaczenia wyznacznika.</p>	K_W04

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	<p><b>U01-</b> Student potrafi wykonywać działania na liczbach zespolonych m.in. potrafi wyznaczać potęgi, pierwiastki z liczby zespolonej oraz pierwiastki zespolone wielomianów.</p> <p><b>U02-</b> Student potrafi rozstrzygnąć czy zbiór permutacji, (z działaniem będącym składaniem odwzorowań) jest grupą i czy dana permutacja jest parzysta czy nieparzysta.</p> <p><b>U03-</b> Student umie wykonywać działania na macierzach, potrafi obliczyć wyznacznik macierzy a także wyznaczyć macierz odwrotną do danej.</p> <p><b>U04-</b> Student potrafi rozstrzygnąć czy dany układ równań jest układem Cramera i jeśli tak to potrafi wyznaczyć rozwiązanie tego układu.</p> <p><b>U05-</b> Student potrafi wyznaczyć rząd macierzy a także wyznaczyć wymiar powłoki liniowej rozpiętej przez skończony układ wektorów.</p> <p><b>U06-</b> Student potrafi wyznaczyć ogólne rozwiązanie układu równań liniowych.</p> <p><b>U07-</b> Student potrafi rozstrzygnąć czy dany układ wektorów jest bazą przestrzeni wektorowej a także potrafi wyznaczać składowe wektorów i form liniowych w różnych bazach.</p> <p><b>U08-</b> Student potrafi wyznaczyć macierz odwzorowania liniowego w różnych bazach.</p> <p><b>U09-</b> Student umie wyznaczyć macierz formy dwuliniowej i hermitowskiej w różnych bazach.</p> <p><b>U10-</b> Student potrafi sprowadzić formę kwadratową do postaci kanonicznej (różnymi sposobami) oraz zbadać określoność formy.</p> <p><b>U11-</b> Student umie rozstrzygnąć czy dana baza jest ortonormalna a także potrafi zortonormalizować dowolną bazę.</p> <p><b>U12-</b> Student umie wyznaczać wartości i wektory własne macierzy: ortogonalnych, unitarnych, symetrycznych i hermitowskich.</p>	K_U07, K_U10

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	<p><b>K01-</b> Student zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych.</p> <p><b>K02-</b> Student potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania.</p> <p><b>K03-</b> Student potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad wszelkimi projektami, które mają długofalowy charakter.</p> <p><b>K04-</b> Student rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie.</p>	K_K01, K_K02, K_K03

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	30	30							

### Opis metod prowadzenia zajęć

Podczas wykładów preferowane są metody aktywizujące i motywujące: metody dyskusji, intuicyjne przedstawianie pojęć abstrakcyjnych oraz historyczne sytuacje problemowe, które doprowadziły do wyłonienia się danej koncepcji lub teorii; motywujące są wzmianki o ewentualnych zastosowaniach fizycznych poszczególnych pojęć.

Celem zajęć audytoryjnych jest zapoznanie się z konkretnymi przykładami pojęć abstrakcyjnych i wyrobienie u studentów biegłości rachunkowej.

### Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny	Projekt grupowy	Udział w dyskusji	Referat	Praca pisemna (esej)	Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Inne
W1						X		X			X		
W2						X					X		
W3						X		X			X		
W4						X					X		
W5						X		X			X		
W6						X					X		
W7						X		X			X		
W8						X		X			X		
W9						X					X		
W10						X					X		
W11						X		X			X		
W12						X		X			X		
U1						X				X			
U2						X				X			
U3						X				X			
U4						X				X			
U5						X				X			
U6						X				X			
U7						X				X			
U8						X				X			
U9						X				X			
U10						X				X			
U11						X				X			
U12						X				X			
K1								X					
K2								X					
K3								X					
K4								X					

Kryteria oceny	<p>Ocena końcowa jest średnią ocen następujących ocen cząstkowych:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ocena z egzaminu ustnego,</li> <li>- oceny aktywności na zajęciach</li> </ul>
----------------	---

Uwagi	<p><b>KRYTERIA OCENY:</b>  <b>BARDZO DOBRY</b>          Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4 i wykazuje samodzielność, operatywność i twórcze podejście w ich stosowaniu w procesie edukacyjnym.  <b>DOBRY</b>          Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4. Wykorzystuje je w procesie edukacyjnym według wskazówek nauczyciela akademickiego.  <b>DOSTATECZNY</b>          Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4. Stosuje je w procesie edukacyjnym według szczegółowych instrukcji nauczyciela akademickiego.  <b>NIEDOSTATECZNY</b>          Student nie opanował wiedzy wymienionej w punktach W1 – W12 ani nie osiągnął większości wspomnianych umiejętności i kompetencji.</p>
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

- Podstawowe struktury algebraiczne: grupy i ciała.
- Ciało liczb zespolonych.
- Podstawowe twierdzenia algebry.
- Grupa permutacji zbioru o dowolnej liczbie elementów oraz podział na permutacje parzyste i nieparzyste.
- Definicja i znaczenie symbolu alternującego Levi – Civity.
- Definicja macierzy oraz podstawowe operacje wykonywane na macierzach.
- Różne typy macierzy: symetryczne, antysymetryczne, hermitowskie, antyhermitowskie, osobliwe i nieosobliwe.
- Ślad macierzy i jego podstawowe własności.
- Definicja wyznacznika oraz wszystkie jego najważniejsze własności.
- Twierdzenie o macierzy odwrotnej do danej oraz wzory Cramera.
- Grupy macierzowe: liniowa, ortogonalna, unitarna.
- Definicje i przykłady przestrzeni wektorowych rzeczywistej i zespolonej.
- Pojęcia: liniowej niezależności wektorów oraz powłoki liniowej i podprzestrzeni wektorowej.
- Pojęcie bazy przestrzeni wektorowej oraz macierzy przejścia między różnymi jej bazami.
- Różne (równoważne) definicje rzędu macierzy oraz najważniejsze własności rzędu macierzy a także jego związek z wymiarem powłoki liniowej rozpinanej przez skończoną rodzinę wektorów.
- Twierdzenie Kroneckera – Capelliego i umiejętność wyznaczania rozwiązywać dowolnego liniowego układu równań .
- Pojęcie formy liniowej oraz odwzorowania liniowego i operatora.
- Związek pomiędzy wymiarami jądra i obrazu odwzorowania liniowego a także związek między rzędem macierzy reprezentującej odwzorowanie liniowe a wymiarem obrazu tego odwzorowania.
- Zmiana składowych formy liniowej i wektora przy zmianie bazy – wielkości ko i kontrawariantne.
- Zmiana elementów macierzowych odwzorowania liniowego (operatora) przy zmianie odpowiednich baz.
- Pojęcie formy dwuliniowej i hermitowskiej oraz prawo transformacji składowych form dwuliniowych i hermitowskich przy zmianie bazy.
- Forma kwadratowa (rzeczywista) oraz umiejętność sprowadzania jej do postaci kanonicznej za pomocą metody Lagrange’a. Rozstrzygnięcie określoności danej formy kwadratowej.
- Pojęcie iloczynu skalarnego - przestrzenie: euklidesowa i unitarna, nierówność Schwarz’a.
- Procedura ortonormalizacji Grama – Schmidta
- Zagadnienie własne operatora liniowego: równanie własne, wartości własne, wektory własne.
- Podstawowe twierdzenia o wartościach własnych i wektorach własnych operatorów: symetrycznych, hermitowskich, unitarnych, normalnych.
- Macierz Grama oraz iloczyn wektorowy i jego podstawowe własności, geometryczne znaczenie wyznacznika macierzy.

## Wykaz literatury podstawowej

Andrzej Herdegen „Wykłady z algebry liniowej i geometrii” Discepto, Kraków 2005  
 Banaszek G., Gajda W. – Elementy algebry liniowej cz. I, II, WNT, Warszawa 2002  
 Kostrikin A. I., Manin J. I. – Algebra liniowa i geometria, PWN, Warszawa 1993  
 Przybyło S., Szlachtowski A. – Algebra i wielowymiarowa geometria analityczna w zadaniach, WNT, Warszawa 2005  
 Sołtysiak A. – Algebra liniowa, Wydawnictwo UAM,

## Wykaz literatury uzupełniającej

Gancarzewicz J. – Algebra liniowa i jej zastosowania, Wydawnictwo UJ, Kraków 2004  
 Kostrikin A. I. – Wstęp do algebry, cz. II: Algebra liniowa, PWN, Warszawa 2004

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	30
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	30
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	10
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	30
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	20
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	30
Ogółem bilans czasu pracy		150
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika (1 ECTS = 30 h)		5