

**KARTA KURSU**

Studia stacjonarne I stopnia Fizyka

Nazwa	Analiza matematyczna w fizyce 1	
Nazwa w j. ang.	<i>Mathematical Analysis in Physics 1</i>	
Koordynator	Dr Renata Bujakiewicz-Korońska	Zespół dydaktyczny
		dr Dawid Naęcz dr Kamila Komędera
Punktacja ECTS*	6	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Uzyskanie wiadomości teoretycznych i umiejętności rachunkowych w zakresie rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej zmiennej wraz z szeregami liczbowymi. Zapoznanie studentów z wybranymi strukturami współczesnej analizy matematycznej i wypracowanie umiejętności stosowania wprowadzonych pojęć i metod analizy matematycznej w praktyce.  
Przedmiot prowadzony w języku polskim.

## Warunki wstępne

Wiedza	Do studiowania pierwszego semestru oczekiwana jest zaliczona matura z matematyki najlepiej na poziomie rozszerzonym.
Umiejętności	Biegłość rachunkowa w zakresie matematyki objętej programem szkoły średniej
Kursy	brak

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	<p>W1 Student zna podstawowe pojęcia logiki i teorii zbiorów, a w szczególności: prawo kontrapozycji, formy zdaniowe i kwantyfikatory. Ponadto student zna ogólne pojęcie odwzorowania i podstawowe własności odwzorowań.</p> <p>W2 Student zna podstawowe twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych.</p> <p>W3 Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej zmiennej, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych oraz umie stosować pochodne i różniczki do zagadnień praktycznych; zna także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć. Ponadto student zna twierdzenia związane z wzorami Taylora i Maclaurina.</p> <p>W4 Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji rzeczywistych jednej zmiennej i całki oznaczonej Riemanna dla funkcji jednej zmiennej oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek.</p>	W01, W03, W04, W08, W10

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	<p>U1 Student potrafi stosować prawo kontrapozycji i właściwie posługiwać się kwantyfikatorami w kontekście form zdaniowych. Ponadto student potrafi sprawdzać podstawowe własności odwzorowań, a także umie sprawdzać, że konkretne odwzorowania są lub nie są metrykami i umie rysować kule w określonych przestrzeniach metrycznych.</p> <p>U2 Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych.</p> <p>U3 Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej, a także umie liczyć pochodne i różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami. Ponadto student umie rozwiązywać zadania związane z podstawowymi twierdzeniami dotyczącymi wzorów Taylora i Maclaurina.</p> <p>U4 Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej; umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej zmiennej. Rozumie przykłady zastosowań znajdujące w literaturze fachowej.</p>	U01, U02, U03, U06, U07, U08, U09, U10

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	<p>K1 Student zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych.</p> <p>K2 Student potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania.</p> <p>K3 Student potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad wszelkimi projektami, które mają długofalowy charakter.</p> <p>K4 Student rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie.</p>	K01, K02, K03, K04, K05, K06, K07

Organizacja										
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach								
		A		K		L		S		P
Liczba godzin	45	45								

### Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład z wykorzystaniem zarówno formy multimedialnej jak i tradycyjnej tablicy do wyjaśniania szczegółowych problemów i przykładów.  
W ćwiczeniach audytoryjnych preferowane są metody aktywizujące: metoda dyskusji dydaktycznej i metoda problemowa.

### Formy sprawdzania efektów kształcenia

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny	Projekt grupowy	Udział w dyskusji	Referat	Praca pisemna (esej)	Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Inne
W01						x		x			x	x	
W02						x		x			x	x	
W03						x		x			x	x	
W04						x		x	x		x	x	
U01							x	x			x	x	
U02							x	x			x	x	
U03							x	x			x	x	
U04							x	x			x		
K01						x		x	x		x		
K02							x	x			x		
K03							x	x	x		x		
K04						x	x	x			x	x	

Kryteria oceny	<p><b>BARDZO DOBRY</b></p> <p>W1-U1 Student zna podstawowe pojęcia i prawa logiki i teorii zbiorów, zna i potrafi stosować prawo kontrapozycji i właściwie posługiwać się kwantyfikatorami w kontekście form zdaniowych. Ponadto student zna i potrafi sprawdzać podstawowe własności odwzorowań, a także umie sprawdzać czy konkretne odwzorowania są lub nie są metrykami.</p> <p>W2-U2 Student zna definicje i umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych.</p> <p>W3-U3 Student zna stosowne definicje i twierdzenia w zakresie rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej, umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej, a także umie liczyć pochodne i różniczki tych funkcji, badać przebieg zmienności funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej. Ponadto student umie rozwiązywać zadania związane z podstawowymi twierdzeniami dotyczącymi wzorów Taylora i Maclaurina.</p> <p>W4-U4 Student zna stosowne definicje i twierdzenia w zakresie rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej, umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej; umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej zmiennej. Student samodzielnie potrafi stosować rachunek różniczkowy i całkowity do rozwiązywania problemów fizycznych, umie korzystać z literatury przedmiotu.</p>
	<p><b>PLUS DOBRY</b></p> <p>W1-U1 Student zna podstawowe pojęcia i prawa logiki i teorii zbiorów, zna i potrafi stosować prawo kontrapozycji i właściwie posługiwać się kwantyfikatorami w kontekście form zdaniowych. Ponadto student zna i potrafi sprawdzać podstawowe własności odwzorowań.</p> <p>W2-U2 Student zna definicje i umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych.</p> <p>W3-U3 Student zna stosowne definicje i najważniejsze twierdzenia w zakresie rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej, umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej, a także umie liczyć pochodne i różniczki tych funkcji, badać przebieg zmienności funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej. Ponadto student umie rozwiązywać zadania związane z twierdzeniami dotyczącymi wzorów Taylora i Maclaurina.</p> <p>W4-U4 Student zna stosowne definicje i twierdzenia w zakresie rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej, umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej; umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej zmiennej. Korzystając z literatury student potrafi stosować rachunek różniczkowy i całkowity do rozwiązywania problemów fizycznych.</p>
	<p><b>DOBRY</b></p> <p>W1-U1 Student zna najważniejsze pojęcia i prawa logiczne, potrafi stosować prawo kontrapozycji i właściwie posługiwać się kwantyfikatorami w kontekście form zdaniowych. Ponadto student potrafi sprawdzać podstawowe własności odwzorowań.</p>

W2-U2 Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych.

W3-U3 Student zna stosowne definicje w zakresie rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej. Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej, a także umie liczyć pochodne i różniczki tych funkcji, badać przebieg zmienności funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej. Ponadto student zna i umie stosować wzory Taylora i Maclaurina.

W4-U4 Student zna stosowne definicje w zakresie rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej. Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej; umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej zmiennej. Rozumie przykłady zastosowań znajdujące się w literaturze przedmiotu.

#### PLUS DOSTATECZNY

W1-U1 Student zna najważniejsze pojęcia logiczne. Student potrafi stosować metodę zero-jedynkową w dowodzeniu

W2-U2 Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych.

W3-U3 Student zna najważniejsze definicje w zakresie rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej. Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej, a także umie liczyć pochodne i różniczki tych funkcji, potrafi zastosować je do określania monotoniczności i znajdowania ekstremów funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej.

W4-U4 Student zna najważniejsze definicje w zakresie rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej. Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej; umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej zmiennej.

#### DOSTATECZNY

W1-U1 Student potrafi stosować metodę zero-jedynkową w badaniu praw logicznych.

W2-U2 Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność prostych szeregów liczbowych.

W3-U3 Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej, a także umie liczyć pochodne i różniczki tych funkcji, zna ich praktyczne zastosowania.

W4-U4 Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej; umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej zmiennej.

#### NIEDOSTATECZNY

W1-U1 Student nie zna podstawowych definicji i praw logicznych, nie potrafi stosować prawa kontrapozycji, nie posługuje się kwantyfikatorami w

	<p>kontekście form zdaniowych. Ponadto student nie potrafi sprawdzać podstawowych własności odwzorowań, a także nie umie sprawdzać, że konkretne odwzorowania są lub nie są metrykami.</p> <p>W2-U2 Student nie umie liczyć granic ciągów liczbowych i badać zbieżności szeregów liczbowych.</p> <p>W3-U3 Student nie zna definicji i twierdzeń rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Student nie umie składać i odwracać funkcji oraz nie umie liczyć granic funkcji i sprawdzać ciągłości funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej, a także nie umie liczyć pochodnych i różniczek tych funkcji. Student nie potrafi badać przebiegu zmienności funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej, nie zna wzorów Taylora i Maclaurina.</p> <p>W4-U4 Student nie zna definicji i twierdzeń w zakresie rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej. Student nie umie obliczać całek nieoznaczonych podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej; nie umie liczyć i stosować całek oznaczonych Riemanna dla funkcji jednej zmiennej.</p>
--	---

Uwagi	<p>Ocena końcowa z ćwiczeń audytoryjnych jest średnią ocen z odpowiedzi ustnych, kolokwiów, dyskusji, udziału w projektach indywidualnych i zbiorowych.</p> <p>Ocena końcowa z przedmiotu jest średnią ocen z zaliczenia ćwiczeń audytoryjnych, egzaminu pisemnego i egzaminu ustnego.</p>
-------	--

#### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elementarne pojęcia logiki i teorii zbiorów. Pojęcie odwzorowania. Ogólne własności odwzorowań.</li> <li>2. Definicja metryki i przestrzeni metrycznej, przykłady metryk, definicja kuli, definicja zbioru otwartego, ciąg zbieżny, definicja granicy ciągu w przestrzeni metrycznej, zbieżność w konkretnych przestrzeniach metrycznych <math>R</math> i kartezjańskiej <math>n</math>-wymiarowej, warunek Cauchy`ego, zbieżność ciągu w przestrzeni metrycznej.</li> <li>3. Definicja przestrzeni zupełnej. Informacyjnie – przestrzenie liniowe, unormowane, unitarne, przestrzenie Banacha i przestrzenie Hilberta.</li> <li>4. Ciągi liczbowe; zbieżność ciągu liczbowego, podstawowe twierdzenia o ciągach (np. twierdzenie o ciągu monotonicznym, twierdzenie o trzech ciągach), granice dla ciągów specjalnej postaci.</li> <li>5. Szeregi liczbowe i ich zbieżność, warunek konieczny zbieżności szeregu, szeregi o wyrazach nieujemnych, kryteria zbieżności, szeregi o wyrazach dowolnych znaków, kryterium Leibniza.</li> <li>6. Granica i ciągłość funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Twierdzenia o funkcjach ciągłych.</li> <li>7. Klasa funkcji elementarnych. Funkcje cyklometryczne, funkcje hiperboliczne oraz granice wybranych funkcji specjalnej postaci.</li> <li>8. Pochodne i różniczki funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej. Ogólne reguły różniczkowania. Twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej i twierdzenie o pochodnej funkcji odwrotnej. Bezpośrednie wzory rachunku różniczkowego.</li> <li>9. Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego: de l`Hospitala, Rolle`a, Lagrange`a, Cauchy`ego.</li> <li>10. Pochodne i różniczki wyższych rzędów funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Twierdzenie Taylora. Wzór Taylora i wzór Maclaurina.</li> </ol>
---

11. Ekstrema funkcji. Monotoniczność funkcji. Wklęsłość i wypukłość wykresu funkcji. Punkty przegięcia funkcji. Asymptoty ukośne funkcji. Badanie przebiegu zmienności funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej.
12. Całka nieoznaczona, własności całki nieoznaczonej. Bezpośrednie wzory rachunku całkowego. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie i twierdzenie o całkowaniu przez części dla całki nieoznaczonej.
13. Całkowanie podstawowych klas funkcji: funkcji wymiernych, funkcji niewymiernych i niektórych funkcji trygonometrycznych.
14. Całka oznaczona Riemanna funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej. Własności całki oznaczonej. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie i twierdzenie o całkowaniu przez części dla całki oznaczonej. Funkcja górnej granicy całkowania i wartość średnia funkcji.
15. Całki niewłaściwe. Zastosowania geometryczne całki pojedynczej. Fizyczne i techniczne zastosowania całki pojedynczej.

#### Wykaz literatury podstawowej

J. Koroński, „Wykłady i ćwiczenia z matematyki”, cz.I, Wydawnictwo PK, Kraków  
 W. Krysicki, „Analiza matematyczna w zadaniach”, cz.I, PWN, Warszawa  
 R. Rudnicki, „Wykłady z analizy matematycznej”, PWN, Warszawa 2001

#### Wykaz literatury uzupełniającej

M. Gewert, Z. Skoczylas, „Analiza matematyczna 1”, GIS, Wrocław  
 F. Leja, „Rachunek różniczkowy i całkowy”, PWN, Warszawa 1979  
 W. Stankiewicz, „Zadania z matematyki część AB dla wyższych uczelni technicznych”, PWN, Warszawa  
 G. I. Zaporozec, „Metody rozwiązywania zadań z analizy matematycznej”, WNT, Warszawa 1967

#### Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	45
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	45
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym - - bezpośrednie konsultacje	5
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	20
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	10
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	15
Ogółem bilans czasu pracy		150
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika 1ECTS=25h		6