

KARTA KURSU

Studia stacjonarne I stopnia Fizyka

Nazwa	Algebra dla fizyków	
Nazwa w j. ang.	Linear Algebra for Physicists	
Koordynator	Dr hab. Tomasz Dobrowolski, prof. UP	Zespół dydaktyczny
		dr Dariusz Wcisło
Punktacja ECTS*	6	

Opis kursu (cele kształcenia)

Uzyskanie wiadomości teoretycznych oraz nabycie umiejętności praktycznych w dziedzinie struktur liniowych. Zapoznanie studentów z najważniejszymi strukturami algebry liniowej i wypracowanie umiejętności stosowania wprowadzonych pojęć algebry liniowej w praktyce. Przedmiot prowadzony w języku polskim.

Warunki wstępne

Wiedza	Do studiowania algebry liniowej oczekiwana jest zaliczona matura z matematyki najlepiej na poziomie rozszerzonym. Konieczna jest znajomość podstawowych pojęć matematycznych: zdań logicznych, kwantyfikatorów, działań na zbiorach, funkcji.
Umiejętności	Biegłość rachunkowa w zakresie matematyki objętej programem szkoły średniej.
Kursy	Brak

Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	<p>W01- Student zna podstawowe struktury algebraiczne takie jak grupy i ciała. Student zna pojęcie ciała liczb zespolonych oraz treść podstawowego twierdzenia algebry.</p> <p>W02- Student zna grupę permutacji zbioru o dowolnej liczbie elementów oraz podział na permutacje parzyste i nieparzyste. Student zna definicję symbolu Levi – Civity.</p> <p>W03- Student zna definicję macierzy oraz podstawowe operacje wykonywane na macierzach. Student zna rozmaite typy macierzy: symetryczne, antysymetryczne, hermitowskie, antyhermitowskie, osobliwe i nieosobliwe.</p> <p>W04- Student zna definicję wyznacznika oraz wszystkie jego najważniejsze własności. Student zna twierdzenie o macierzy odwrotnej do danej oraz wzory Cramera. Student zna pojęcia grup macierzowych: liniowej, ortogonalnej, unitarnej.</p> <p>W05- Student zna i rozumie definicje przestrzeni wektorowej rzeczywistej i zespolonej. Student zna pojęcie liniowej niezależności wektorów oraz powłoki liniowej i podprzestrzeni wektorowej. Student zna pojęcie bazy przestrzeni wektorowej.</p> <p>W06- Student zna różne (równoważne) definicje rzędu macierzy oraz zna wszystkie najważniejsze własności rzędu macierzy a także jego związek z wymiarem powłoki liniowej rozpinanej przez skończoną rodzinę wektorów. Student zna twierdzenie Kroneckera – Capelliego.</p> <p>W07- Student zna pojęcie formy liniowej oraz odwzorowania liniowego i operatora oraz reprezentacje tych pojęć w ustalonych bazach przestrzeni wektorowych. Student zna związek pomiędzy wymiarami jądra i obrazu odwzorowania liniowego a także związek pomiędzy rzędem macierzy reprezentującej dane odwzorowanie liniowe a wymiarem obrazu tego odwzorowania.</p> <p>W08- Student wie w jaki sposób zmieniają się składowe formy liniowej i wektora przy zmianie bazy – potrafi rozróżniać wielkości kowariantne od kontrawariantnych. Student wie w jaki sposób zmieniają się elementy macierzowe odwzorowania liniowego (operatora) przy zmianie bazy.</p> <p>W09- Student zna pojęcie formy dwuliniowej i hermitowskiej oraz wie w jaki sposób zmieniają się składowe tych wielkości przy zmianie bazy. Student wie co to jest forma kwadratowa rzeczywista i potrafi ją sprowadzić do postaci kanonicznej stosując metodę Lagrange’a. Potrafi on także rozstrzygnąć problem określoności formy kwadratowej.</p> <p>W10- Student zna pojęcie iloczynu skalarnego a także wie czym są przestrzenie: euklidesowa i unitarna oraz zna nierówność Schwarz’a, wie co to jest norma wektora oraz zna procedurę ortonormalizacji Grama – Schmidta.</p> <p>W11- Student wie czym są wartości własne i wektory własne operatora liniowego. Student zna podstawowe twierdzenia o wartościach własnych i wektorach własnych operatorów: symetrycznych, hermitowskich, unitarnych, normalnych.</p>	<p>K_W01</p> <p>K_W04</p>

	W12- Student wie co to jest macierz Grama oraz zna iloczyn wektorowy i jego podstawowe własności. Student zna geometryczne znaczenia wyznacznika.	
--	--	--

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	<p>U01- Student potrafi wykonywać działania na liczbach zespolonych m.in. potrafi wyznaczać potęgi, pierwiastki z liczby zespolonej oraz pierwiastki zespolone wielomianów.</p> <p>U02- Student potrafi rozstrzygnąć czy zbiór permutacji, (z działaniem będącym składaniem odwzorowań) jest grupą i czy dana permutacja jest parzysta czy nieparzysta.</p> <p>U03- Student umie wykonywać działania na macierzach, potrafi obliczyć wyznacznik macierzy a także wyznaczyć macierz odwrotną do danej.</p> <p>U04- Student potrafi rozstrzygnąć czy dany układ równań jest układem Cramera i jeśli tak to potrafi wyznaczyć rozwiązanie tego układu.</p> <p>U05- Student potrafi wyznaczyć rząd macierzy a także wyznaczyć wymiar powłoki liniowej rozpiętej przez skończony układ wektorów.</p> <p>U06- Student potrafi wyznaczyć ogólne rozwiązanie układu równań liniowych.</p> <p>U07- Student potrafi rozstrzygnąć czy dany układ wektorów jest bazą przestrzeni wektorowej a także potrafi wyznaczać składowe wektorów i form liniowych w różnych bazach.</p> <p>U08- Student potrafi wyznaczyć macierz odwzorowania liniowego w różnych bazach.</p> <p>U09- Student umie wyznaczyć macierz formy dwuliniowej i hermitowskiej w różnych bazach.</p> <p>U10- Student potrafi sprowadzić formę kwadratową do postaci kanonicznej (różnymi sposobami) oraz zbadać określoność formy.</p> <p>U11- Student umie rozstrzygnąć czy dana baza jest ortonormalna a także potrafi zortonormalizować dowolną bazę.</p> <p>U12- Student umie wyznaczać wartości i wektory własne macierzy: ortogonalnych, unitarnych, symetrycznych i hermitowskich.</p>	K_U01

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	<p>K01- Student zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych.</p> <p>K02- Student potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania.</p> <p>K03- Student potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad wszelkimi projektami, które mają długofalowy charakter.</p> <p>K04- Student rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie.</p>	K_K01

Organizacja										
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach								
		A	K	L	S	P	E			
Liczba godzin	30	30								

Opis metod prowadzenia zajęć

Podczas wykładów preferowane są metody aktywizujące i motywujące: metody dyskusji, intuicyjne przedstawianie pojęć abstrakcyjnych oraz historyczne sytuacje problemowe, które doprowadziły do wyłonienia się danej koncepcji lub teorii; motywujące są wzmianki o ewentualnych zastosowaniach fizycznych poszczególnych pojęć.

Celem zajęć audytoryjnych jest zapoznanie się z konkretnymi przykładami pojęć abstrakcyjnych i wyrobienie u studentów biegłości rachunkowej.

Formy sprawdzania efektów kształcenia

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny	Projekt grupowy	Udział w dyskusji	Referat	Praca pisemna (esej)	Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Inne
W1						x		x			X		
W2						x					X		
W3						x		x			X		
W4						x					X		
W5						x		x			X		
W6						x					X		
W7						x		x			X		

W8						x		x				X		
W9						x						X		
W10						x						X		
W11						x		x				X		
W12						x		x				X		
U1						x					x			
U2						x					x			
U3						x					x			
U4						x					x			
U5						x					x			
U6						x					x			
U7						x					x			
U8						x					x			
U9						x					x			
U10						x					x			
U11						x					x			
U12						x					x			
K1										x				
K2										x				
K3										x				
K4										x				

Kryteria oceny	<p>Ocena końcowa jest średnią ocen następujących ocen cząstkowych:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ocena z egzaminu ustnego, - oceny aktywności na zajęciach
----------------	---

Uwagi	<p>KRYTERIA OCENY:</p> <p>BARDZO DOBRY</p> <p>Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4 i wykazuje samodzielność, operatywność i twórcze podejście w ich stosowaniu w procesie edukacyjnym.</p> <p>DOBRY</p> <p>Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4. Wykorzystuje je w procesie edukacyjnym według wskazówek nauczyciela akademickiego.</p> <p>DOSTATECZNY</p> <p>Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4. Stosuje je w procesie edukacyjnym według szczegółowych instrukcji nauczyciela akademickiego.</p> <p>NIEDOSTATECZNY</p> <p>Student nie opanował wiedzy wymienionej w punktach W1 – W12 ani nie osiągnął większości wspomnianych umiejętności i kompetencji.</p>
-------	--

Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Podstawowe struktury algebraiczne: grupy i ciała.
 Ciało liczb zespolonych.
 Podstawowe twierdzenia algebry.
 Grupa permutacji zbioru o dowolnej liczbie elementów oraz podział na permutacje parzyste i nieparzyste.
 Definicja i znaczenie symbolu alternującego Levi – Civity.
 Definicja macierzy oraz podstawowe operacje wykonywane na macierzach.
 Różne typy macierzy: symetryczne, antysymetryczne, hermitowskie, antyhermitowskie, osobliwe i nieosobliwe.
 Ślad macierzy i jego podstawowe własności.
 Definicja wyznacznika oraz wszystkie jego najważniejsze własności.
 Twierdzenie o macierzy odwrotnej do danej oraz wzory Cramera.
 Grupy macierzowe: liniowa, ortogonalna, unitarna.
 Definicje i przykłady przestrzeni wektorowych rzeczywistej i zespolonej.
 Pojęcia: liniowej niezależności wektorów oraz powłoki liniowej i podprzestrzeni wektorowej.
 Pojęcie bazy przestrzeni wektorowej oraz macierz przejścia między różnymi jej bazami.
 Różne (równoważne) definicje rzędu macierzy oraz najważniejsze własności rzędu macierzy a także jego związek z wymiarem powłoki liniowej rozpinanej przez skończoną rodzinę wektorów.
 Twierdzenie Kroneckera – Capelliego i umiejętność wyznaczania rozwiązań dowolnego liniowego układu równań .
 Pojęcie formy liniowej oraz odwzorowania liniowego i operatora.
 Związek pomiędzy wymiarami jądra i obrazu odwzorowania liniowego a także związek między rzędem macierzy reprezentującej odwzorowanie liniowe a wymiarem obrazu tego odwzorowania.
 Zmiana składowych formy liniowej i wektora przy zmianie bazy – wielkości ko i kontrawariantne.
 Zmiana elementów macierzowych odwzorowania liniowego (operatora) przy zmianie odpowiednich baz.
 Pojęcie formy dwuliniowej i hermitowskiej oraz prawo transformacji składowych form dwuliniowych i hermitowskich przy zmianie bazy.
 Forma kwadratowa (rzeczywista) oraz umiejętność sprowadzania jej do postaci kanonicznej za pomocą metody Lagrange'a. Rozstrzygnięcie określoności danej formy kwadratowej.
 Pojęcie iloczynu skalarnego - przestrzenie: euklidesowa i unitarna, nierówność Schwarz'a.
 Procedura ortonormalizacji Grama – Schmidt
 Zagadnienie własne operatora liniowego: równanie własne, wartości własne, wektory własne.
 Podstawowe twierdzenia o wartościach własnych i wektorach własnych operatorów: symetrycznych, hermitowskich, unitarnych, normalnych.
 Macierz Grama oraz zna iloczyn wektorowy i jego podstawowe własności, geometryczne znaczenie wyznacznika macierzy.

Wykaz literatury podstawowej

Andrzej Herdegen „Wykłady z algebry liniowej i geometrii” Discepto, Kraków 2005
 Banaszek G., Gajda W. – Elementy algebry liniowej cz. I, II, WNT, Warszawa 2002
 Kostrikin A. I., Manin J. I. – Algebra liniowa i geometria, PWN, Warszawa 1993
 Przybyło S., Szlachtowski A. – Algebra i wielowymiarowa geometria analityczna w zadaniach, WNT, Warszawa 2005
 Sołtysiak A. – Algebra liniowa, Wydawnictwo UAM,

Wykaz literatury uzupełniającej

Gancarzewicz J. – Algebra liniowa i jej zastosowania, Wydawnictwo UJ, Kraków 2004
 Kostrikin A. I. – Wstęp do algebry, cz. II: Algebra liniowa, PWN, Warszawa 2004

Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	30
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	30
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	10
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	30
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	20
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	20
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	40
Ogółem bilans czasu pracy		180
1 ECTS = 30 h		6